

---

# **PRZYKŁADOWY ARKUSZ EGZAMINACYJNY Z MATEMATYKI**

## **POZIOM PODSTAWOWY**

**Czas pracy: 170 minut**

### **Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 11 stron.
2. W zadaniach od 1. do 21. są podane 4 odpowiedzi: A, B, C, D, z których tylko jedna jest prawdziwa. Wybierz tylko jedną odpowiedź.
3. Rozwiązania zadań od 22. do 31. zapisz starannie i czytelnie w wyznaczonych miejscach. Przedstaw swój tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora. Błędne zapisy przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

*Życzymy powodzenia!*





## ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach od 1. do 21. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi jedną poprawną odpowiedź.

**Zadanie 1. (1 pkt)**

Wartość wyrażenia  $W = (-3)^3 \cdot (\sqrt{3})^{-4}$  pomnożono przez 2. Wartość tego wyrażenia:

- A. zmniejszyła się o 3    B. zwiększyła się o 3    C. zmniejszyła się o 2    D. zwiększyła się o 2

**Zadanie 2. (1 pkt)**

Liczba  $x = \frac{n+2}{n}$  jest liczbą całkowitą. Liczb naturalnych  $n$  spełniających warunki zadania:

- A. nie ma    B. są dwie    C. są trzy    D. jest nieskończenie wiele

**Zadanie 3. (1 pkt)**

Suma dwóch liczb niewymiernych:

- A. może być liczbą całkowitą    B. nie może być liczbą całkowitą  
C. jest zawsze liczbą niewymierną    D. nie może być liczbą wymierną

**Zadanie 4. (1 pkt)**

Funkcja określona wzorem  $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{dla } x \leq 0 \\ 1 & \text{dla } x = 1 \\ 0 & \text{dla } x = 2 \end{cases}$  jest:

- A. rosnąca    B. malejąca  
C. malejąca w zbiorze  $\{0, 1, 2\}$     D. rosnąca w zbiorze  $\{-2, -1, 0, 1\}$

**Zadanie 5. (1 pkt)**

Punkt  $A = (\sqrt{3}, a)$  należy do prostej o równaniu  $\sqrt{3}x - 2y + 3\sqrt{3} = 0$ . Wynika stąd, że:

- A.  $a = -2\sqrt{3}$     B.  $a = 2\sqrt{3}$     C.  $a = -\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{3}$     D.  $a = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{3}$

**Zadanie 6. (1 pkt)**

Zbiorem wszystkich rozwiązań równania  $|x| = -x$  jest:

- A.  $(0, +\infty)$     B.  $(-\infty, 0)$     C.  $\{-1\}$     D.  $\emptyset$

**Zadanie 7. (1 pkt)**

Jeśli  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3 - x$ , to liczba  $x$  może być równa:

- A. 8    B. 6    C. 4    D. 2

**Zadanie 8. (1 pkt)**

Wartość wielomianu  $W(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$  w punkcie  $a$  jest równa 12. Wynika stąd, że:

- A.  $a = -3$     B.  $a = -2 \vee a = 2$     C.  $a = 2 \vee a = -2 \vee a = 3$     D.  $a = 3$

**Zadanie 9. (1 pkt)**

Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = 3^{-x}$ . Wykres funkcji  $g$  jest symetryczny do wykresu funkcji  $f$  względem osi  $OX$ . Zatem:

- A.  $g(x) = -3^{-x}$     B.  $g(x) = -3^x$     C.  $g(x) = 3^x$     D.  $g(x) = 3^{-x} - 2$

**Zadanie 10. (1 pkt)**

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica wynosi 7. Wyrazem tego ciągu jest liczba:

- A. 11                                      B. 17                                      C. 43                                      D. 56

**Zadanie 11. (1 pkt)**

Dany jest ciąg geometryczny o wyrazie ogólnym  $a_n = 2^n$ . Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 32 jest równa:

- A. 6                                      B. 5                                      C. 4                                      D. 3

**Zadanie 12. (1 pkt)**

Ciąg  $(a_n)$  o wyrazie ogólnym  $a_n = \frac{1}{n}$  jest ciągiem:

- A. rosnącym                              B. malejącym                              C. arytmetycznym                              D. geometrycznym

**Zadanie 13. (1 pkt)**

Środkiem okręgu opisanego na trójkącie jest punkt przecięcia się:

- A. dwusiecznych kątów trójkąta                              B. symetralnych boków trójkąta  
C. wysokości trójkąta                              D. środkowych trójkąta

**Zadanie 14. (1 pkt)**

Dane są dwa okręgi o środkach  $S_1, S_2$  i promieniach odpowiednio równych  $r_1, r_2$ . Jeśli  $|S_1 S_2| = 12$ ,  $r_1 = 20$ ,  $r_2 = 10$ , to okręgi:

- A. są styczne zewnętrznie                              B. są styczne wewnętrznie  
C. nie mają punktów wspólnych                              D. mają dwa punkty wspólne

**Zadanie 15. (1 pkt)**

Dany jest równoramienny trójkąt  $ABC$  o kącie przy podstawie  $AB$  równym  $20^\circ$ . Punkt  $O$  jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Przez punkty  $A$  i  $O$  poprowadzono prostą, która przecięła bok  $BC$  w punkcie  $D$ . Jeśli miara kąta  $ADC$  jest równa  $\alpha$ , to:

- A.  $\alpha = 10^\circ$                               B.  $\alpha = 20^\circ$                               C.  $\alpha = 30^\circ$                               D.  $\alpha = 40^\circ$

**Zadanie 16. (1 pkt)**

Stosunek boków prostokąta jest równy 1 : 2. Przekątna prostokąta tworzy z dłuższym bokiem prostokąta kąt  $\alpha$ , taki, że:

- A.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$                               B.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$                               C.  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$                               D.  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

**Zadanie 17. (1 pkt)**

Nierówność  $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 \leq 0$  przedstawia na płaszczyźnie:

- A. okrąg                              B. koło                              C. punkt                              D. zbiór pusty

**Zadanie 18. (1 pkt)**

Jeżeli objętość sześcianu jest równa  $6\sqrt{6}$ , to przekątna tego sześcianu jest równa:

- A.  $3\sqrt{2}$                               B.  $2\sqrt{3}$                               C.  $6\sqrt{3}$                               D.  $6\sqrt{2}$



**Zadanie 23. (2 pkt)**

Odcinek  $AB$  jest wysokością trójkąta równobocznego. Oblicz długość boku trójkąta, jeśli wiadomo, że  $A = (-3, -2)$ ,  $B = (5, 2)$ .

**Zadanie 24. (2 pkt)**

Wykaż, że liczba  $a = \sqrt{4^{\log_2 5}}$  jest liczbą całkowitą.



**Zadanie 25. (2 pkt)**

Rozwiąż równanie  $\frac{x+6}{x-2} = \frac{2x+4}{x-2}$ .

**Zadanie 26. (2 pkt)**

Punkt  $P$  leży wewnątrz prostokąta  $ABCD$ . Wykaż, że suma pól trójkątów  $APD$  i  $BPC$  jest równa sumie pól trójkątów  $APB$  i  $DPC$ .



**Zadanie 27. (2 pkt)**

Wykaż, że nie istnieje taka liczba rzeczywista  $x$ , aby suma tej liczby i jej odwrotności była równa 1.

**Zadanie 28. (2 pkt)**

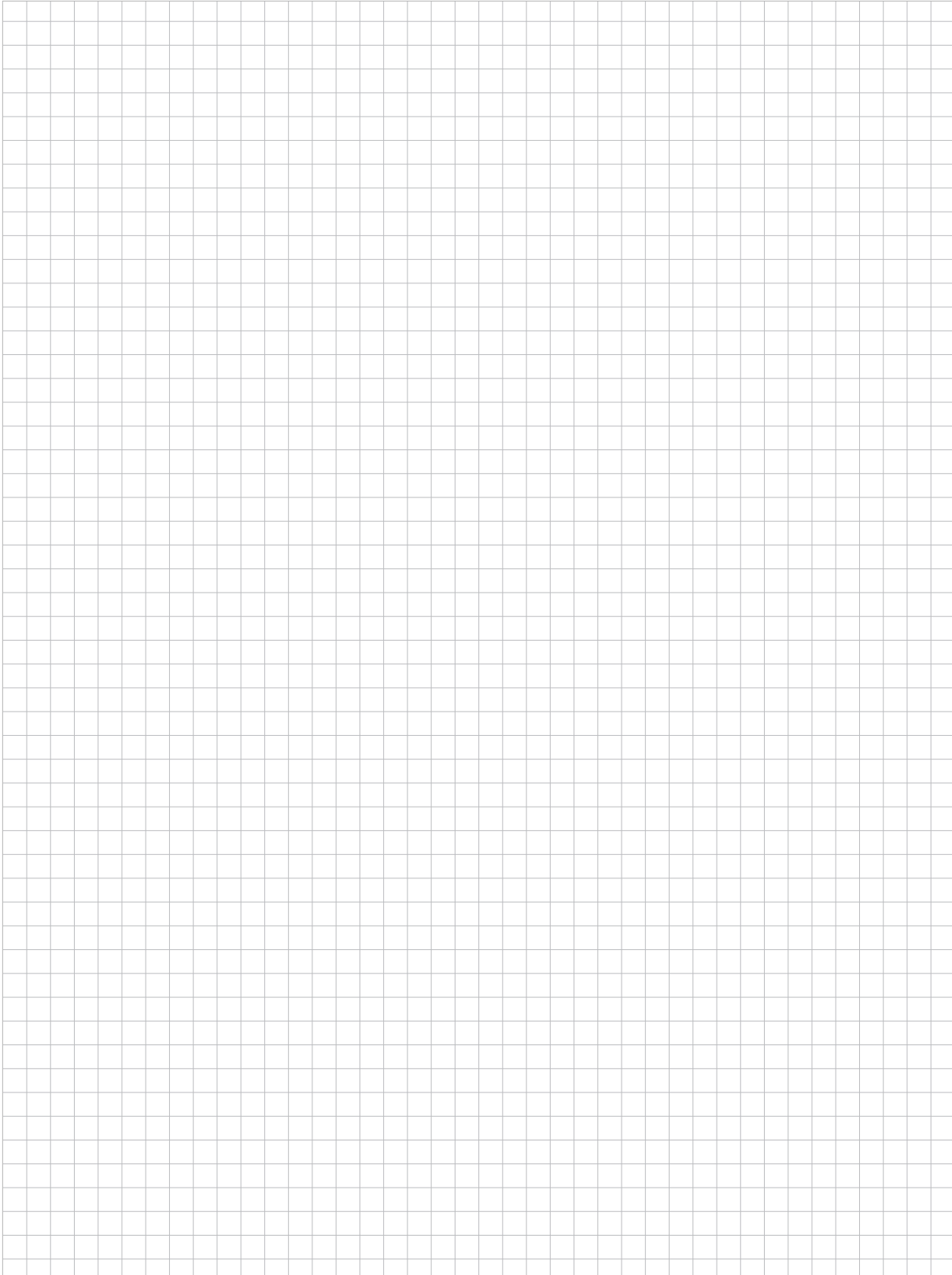
Tangens kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równy  $\frac{2}{3}$ . Oblicz tangens nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa.





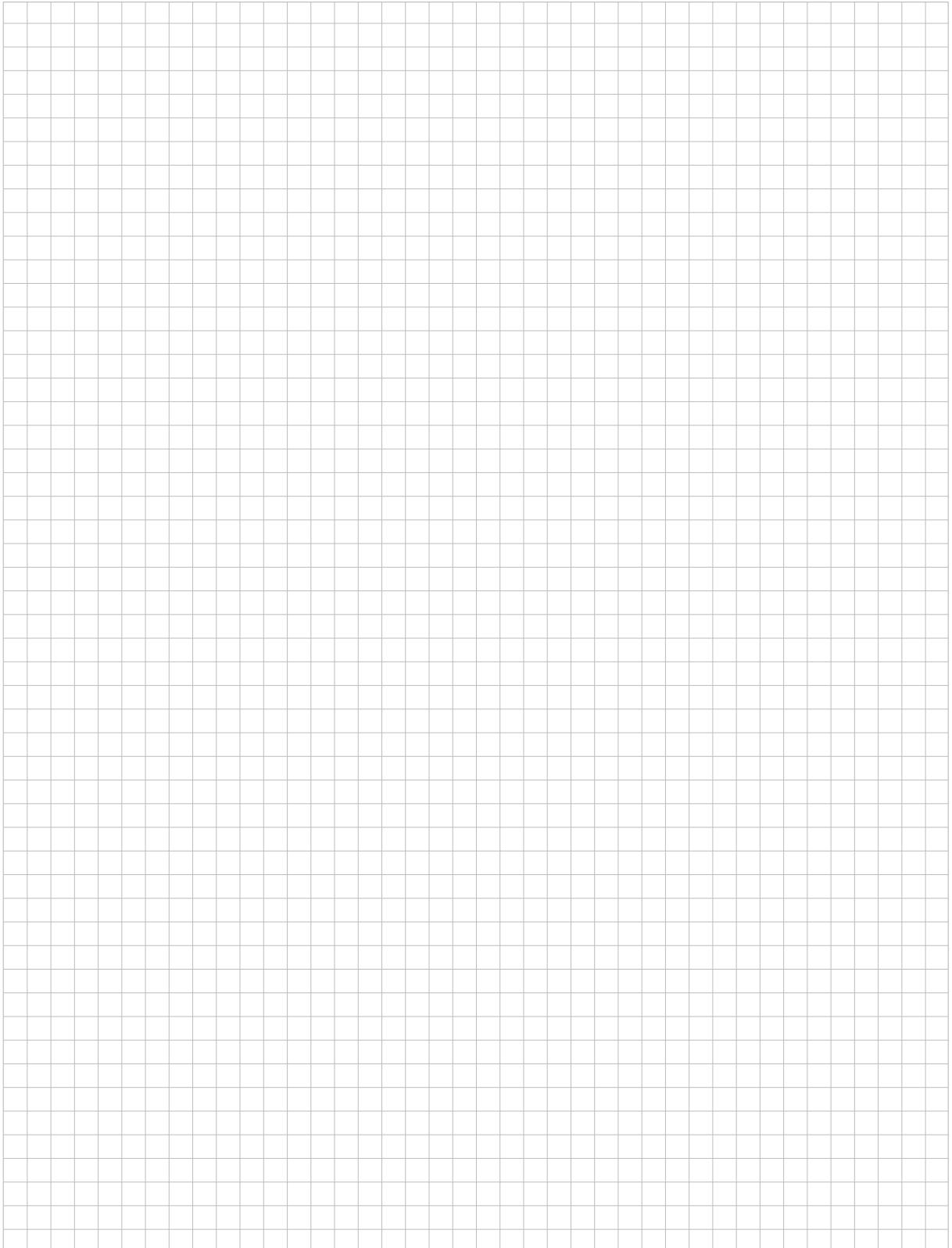
**Zadanie 29. (5 pkt)**

Dana jest prosta  $l$  o równaniu  $y = 3x - 1$  oraz punkt  $A = (6, 2)$ . Wyznacz punkt  $B$  symetryczny do punktu  $A$  względem prostej  $l$ .



**Zadanie 30. (5 pkt)**

Suma drugiego, czwartego i szóstego wyrazu ciągu arytmetycznego jest równa 42, zaś suma kwadratu wyrazu drugiego i kwadratu wyrazu trzeciego jest równa 185. Wyznacz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.



**Zadanie 31. (5 pkt)**

Promień okręgu opisanego na podstawie graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość  $4\sqrt{3}$ . Pole powierzchni bocznej jest równe 144.

- Oblicz objętość tego graniastosłupa.
- Oblicz cosinus kąta między przekątną ściany bocznej i krawędzią podstawy graniastosłupa.

